Sommaire

Organisation et gestion de données

13. Série statistique

Les études statistiques peuvent porter sur différents sujets comme par exemple des séries de notes, de relevés scientifiques, de scores, des sujets d'actualités ...
En statistique, ces sujets s'appellent des caractères.

Définitions

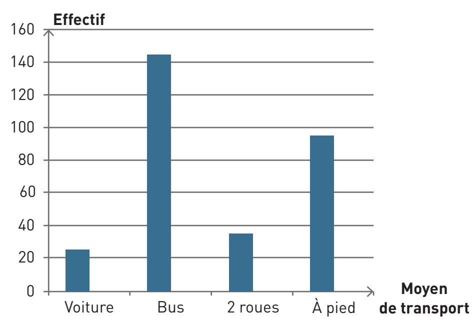
- Une **série statistique** est composée de l'ensemble des **valeurs** que prend le caractère et des **effectifs** de chaque valeur.
- Pour illustrer une série statistique, on utilise un tableau ou un diagramme.

Exemple : répartition de 300 collégiens selon le moyen de transport utilisé pour se rendre au collège

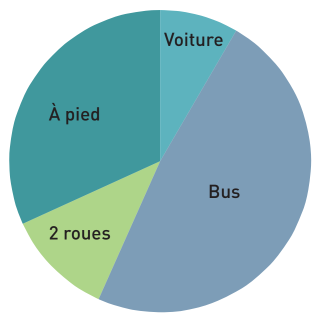
Un tableau

Moyen de transport	Voiture	Bus	2 roues	À pied
Effectif	25	145	35	95

Un diagramme en bâtons



Un diagramme circulaire



PROPRIÉTÉS

Dans un diagramme en bâtons, la hauteur des bâtons est proportionnelle aux effectifs représentés.

Dans un diagramme circulaire, les mesures des angles des secteurs sont proportionnelles aux effectifs représentés.

14. Effectifs et fréquences

Définitions

- **L'effectif** d'une valeur d'une série statistique est le nombre de fois où cette valeur apparait. **L'effectif total** est le nombre total de valeurs de la série.
- **La fréquence** d'une valeur est le quotient de son effectif par le nombre total de valeurs.

$$\textbf{fréquence d'une donnée} = \frac{\textbf{effectif de la valeur}}{\textbf{effectif total}}$$

La fréquence est un nombre compris entre 0 et 1. On l'exprime souvent en **pourcentage**.

Exemple :

Pierre a lancé 20 fois un dé. Il a noté les nombres qui sont sortis. Quelle est la fréquence du « 2 » ?

2	5	3	4	**2**	6	**2**	4	1	3	**2**	1	4	3	5	**2**	1	**2**	4	4

Le 2 apparait six fois. L'effectif du 2 est donc égal à 6.

L'effectif total est le nombre total de données, soit 20.

La fréquence du « 2 » = $\frac{6}{20} = 0{,}3 = 30\ \%$

Définition

Dans un tableau statistique dont les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant, l'**effectif cumulé croissant d'une valeur** s'obtient en ajoutant à l'effectif de cette valeur les effectifs des valeurs qui la précèdent.

Exemple :

Voici les notes obtenues par un professeur après correction de 24 devoirs :

13 ; 12 ; 10 ; 9 ; 6 ; 14 ; 12 ; 15 ; 6 ; 7 ; 18 ; 17 ;

12 ; 10 ; 9 ; 4 ; 12 ; 11 ; 13 ; 8 ; 9 ; 6 ; 14 ; 12.

A. Interpréter, représenter des données

Note	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Effectif	**1** +	**0** +	**3** +	**1**	1	3	2	1	5	2	2	1	0	1	1
Effectif cumulé croissant	1	1	4	**5**	6	9	11	12	17	19	21	22	22	23	24

Il y a **5** notes inférieures ou égales à 7.

On retrouve l'effectif total

Définition

La **fréquence cumulée** est le quotient de l'effectif cumulé par l'effectif total.

$$\textbf{Fréquence cumulée} = \frac{\textbf{effectif cumulé}}{\textbf{effectif total}}$$

Exemple :

Dans l'exemple précédent, quelle est la fréquence cumulée croissante de la note 10 ?

Il y a 11 notes sur 24 qui sont inférieures ou égales à 10, soit : $\frac{10}{24} \approx 0,42$

La fréquence cumulée croissante de la note 10 en pourcentage est d'environ 42 %.

Attention !

La fréquence cumulée croissante peut s'obtenir aussi en calculant les fréquences, puis en cumulant ces fréquences.

15. Moyenne et médiane d'une série statistique

Définition

La **moyenne** d'une série statistique est le quotient de la somme des valeurs de la série par l'effectif total.

$$\textbf{moyenne} = \frac{\textbf{somme des valeurs}}{\textbf{nombre de valeurs}}$$

Exemples :

1. Calcul de la moyenne de cinq notes (12 ; 14 ; 15 ; 11 et 18) :

$$\text{Moyenne} = \frac{12+14+15+11+18}{5} = \frac{70}{5}$$

$$\text{Moyenne} = \underline{14}$$

2. Calcul de la moyenne à partir d'un tableau d'effectifs :

Relevé des âges d'une classe de 25 élèves

Âge (ans)	13	14	15	16
Effectif	2	9	11	3

$$\text{Moyenne} = \frac{2\times13+9\times14+11\times15+3\times16}{25}$$

$$\text{Moyenne} = \underline{14{,}6}$$

Définition

La médiane d'une série statistique est **une valeur** qui partage les valeurs de la série en **deux groupes de même effectif** : il y a autant de valeurs inférieures ou égales à la médiane que de valeurs supérieures ou égales à la médiane.

Ordonner les valeurs de la série statistique dans l'ordre croissant permet de déterminer plus facilement la médiane.

A. Interpréter, représenter des données

Exemples :

Voici deux séries de notes :

Notes obtenues à un contrôle par les treize garçons d'une classe

$$\underbrace{7\ \ 8\ \ 9\ \ 9\ \ 10\ \ 10}_{\text{6 notes}}\ \ \mathbf{11}\ \ \underbrace{12\ \ 13\ \ 14\ \ 14\ \ 15\ \ 17}_{\text{6 notes}}$$

11 (7[e] note) est la note médiane.

Notes obtenues à un contrôle par les quatorze filles d'une classe

$$\underbrace{7\ \ 7\ \ 9\ \ 9\ \ 10\ \ 11\ \ 12}_{\text{7 notes}}\ \ \underbrace{13\ \ 13\ \ 13\ \ 14\ \ 14\ \ 15\ \ 15}_{\text{7 notes}}$$

12,5 (la moyenne de la 7[e] et 8[e] note) est la note médiane.

16. Étendue d'une série statistique

Définition

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite de ses valeurs.

Exemple :

Étendue des 14 notes des filles de l'exemple précédent : $15 - 7 = 8$.

17. Répartition en classes

Définition

Lorsque les valeurs d'une série statistique sont nombreuses, on peut les regrouper en classes pour faciliter la lecture et l'interprétation.

Exemple :

On relève l'âge des spectateurs d'un match de football.

Les âges s'étalant de 7 à 77 ans, un tableau de valeurs comporterait 71 catégories d'âge.

Âge	7	8	8	10	11	12	...	76	77
Effectif	1	0	3	7	6	20		0	1

Il est préférable de regrouper les âges en classes :

Âge	1 à 10	11 à 20	21 à 30	31 à 40	41 à 50	51 à 60	61 à 70	71 à 80
Effectif	11	etc...						

18. Comparaison de séries statistiques

Définitions

- La médiane et la moyenne sont des caractéristiques de position de la série statistique. Les valeurs de la série statistique se répartissent de part et d'autre de ses caractéristiques de positions.
- L'étendue est une caractéristique de dispersion de la série statistique. Elle donne une indication sur la façon dont les valeurs de la série sont resserrées ou non de part et d'autre des caractéristiques de position.

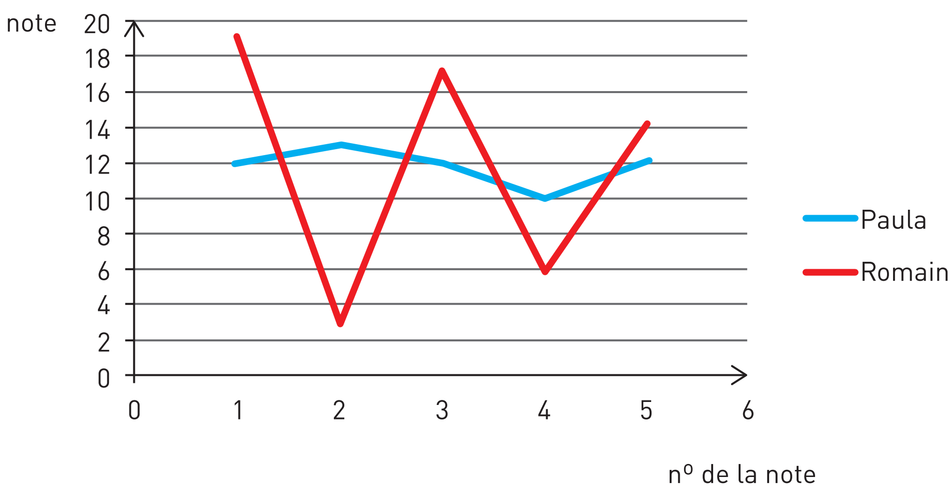
Exemple :

Voici les notes obtenues en mathématiques par deux élèves

	Notes	Moyenne	Étendue
Paula	12 13 12 10 12	11,8	3
Romain	19 3 17 6 14	1,8	16

Ces deux élèves ont la même moyenne. Pourtant, si on représente leurs résultats graphiquement comme ci-dessous, on remarque que les deux séries de notes sont réparties différemment.

On dit que la série de notes de Romain est plus **dispersée** que celle de Paula. Les valeurs extrêmes sont beaucoup plus éloignées pour Romain que pour Paula.



19. Grandeurs proportionnelles, tableau de proportionnalité

Définition

Deux **grandeurs** sont **proportionnelles** si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.

Lorsque deux grandeurs sont proportionnelles, on dit que l'on est dans une **situation de proportionnalité**.

Exemple :

La quantité d'essence et le prix payé sont deux grandeurs proportionnelles car on obtient le prix payé en multipliant la quantité d'essence par le prix d'un litre.

Définition

Un tableau de nombres est proportionnel lorsque les nombres d'une ligne s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) ceux de l'autre par un même nombre, le coefficient de proportionnalité. On dit que c'est un tableau de proportionnalité.

Exemples :

On achète des pommes à 2 € le kilogramme.

Quantité de pommes (en kg)	1	1,5	2	2,3
Prix payé (en €)	2	3	4	4,6

$\times 2$

Dans le tableau ci-dessus, le prix payé est obtenu en multipliant la quantité par le **même** nombre 2.

Le prix payé est **proportionnel** à la quantité de pommes achetées.

Ce tableau est un **tableau de proportionnalité**.

B. Résoudre des problèmes de proportionnalité

Une salle de cinéma propose des cartes d'entrées prépayées.

Nombre d'entrées par carte	10	15	40
Prix (en €)	45	67,5	80

$10 \times 4{,}5 = 45$; $15 \times 4{,}5 = 67{,}5$ mais $40 \times 4{,}5 \neq 80$

Le prix de la carte n'est pas proportionnel au nombre d'entrées.

Ce n'est pas un **tableau de proportionnalité**.

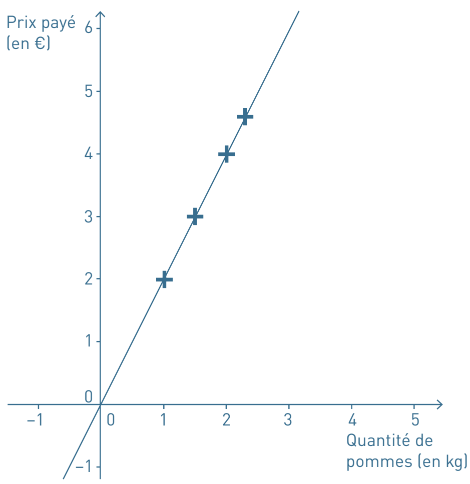
20. Proportionnalité et représentation graphique

PROPRIÉTÉ

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère.

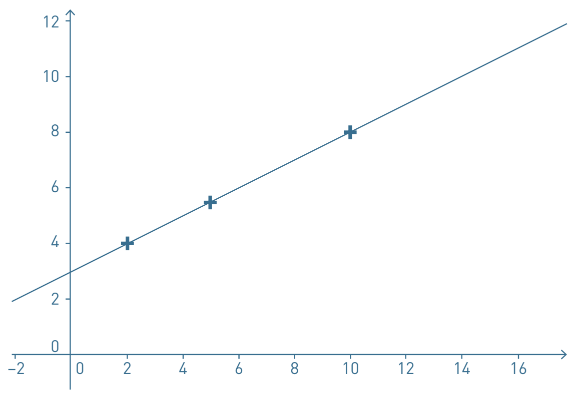
Exemples :

Proportionnalité

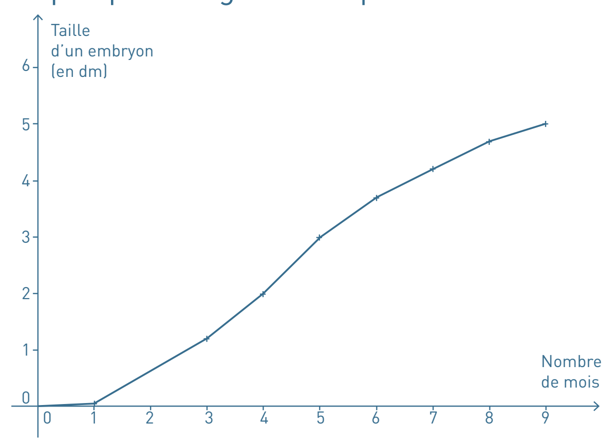


Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère

Pas de proportionnalité



Les points sont alignés sur une droite qui ne passe pas par l'origine du repère.



Les points ne sont pas alignés.

21. Calculer dans une situation de proportionnalité

JE COMPRENDS LA MÉTHODE

Pour calculer dans une situation de proportionnalité, on peut :
- Multiplier ou diviser les valeurs
- Ajouter ou soustraire plusieurs valeurs
- Utiliser le coefficient de proportionnalité
- Utiliser la technique des « produits en croix »
- Calculer une unité

Exemple :
Dans un magasin, 3 noix de coco coûtent 4,80 €. Quel est le prix de 15 noix de coco ? de 18 noix de coco ? de 7 noix de coco ?
Le prix est proportionnel au nombre de noix de coco. C'est une **situation de proportionnalité**.

Astuce

On peut représenter la situation de proportionnalité dans un tableau.

1. En **multipliant ou en divisant** une « colonne » d'un tableau :

$\times 5$

Nombre de noix coco	3	**15**
Prix (en €)	4,80	**24**

$\times 5$

15 noix de coco coûtent 24 €.

2. En **additionnant ou en soustrayant** deux « colonnes » d'un tableau :

+

Nombre de noix coco	3	15	**18**
Prix (en €)	4,80	24	**28,80**

+

18 noix de coco coûtent 28,80 €.

B. Résoudre des problèmes de proportionnalité

3. En utilisant le **coefficient de proportionnalité** :

Nombre de noix coco	3	7
Prix (en €)	4,80	?

$\times \frac{4,8}{3}$

Le coefficient de proportionnalité est le nombre qui multiplié par 3 donne 4,80, soit : $\frac{4,8}{3}$.

$7 \times \frac{4,8}{3} = \frac{7 \times 4,8}{3} = \frac{33,6}{3} = 11,20$ €

7 noix de coco coûtent alors 11,20 euros.

4. En utilisant la technique des « **produits en croix** » :

Dans un tableau de proportionnalité, les produits en croix sont égaux.

a	c
b	d

$\mathbf{a \times d = b \times c}$

On appelle y le prix de 7 noix de coco.

Nombre de noix de coco	3	7
Prix en euros	4,80	y

Les produits en croix sont égaux dans ce tableau de proportionnalité :

$3 \times y = 4,8 \times 7$

$y = 33,7 \div 3$

$y = 11,2$

7 noix de coco coûtent 11, 20 €.

5. Par retour à l'unité :

La méthode consiste à calculer le prix d'une noix de coco, puis de multiplier ce prix « à l'unité » par le nombre de noix de coco achetées.

Nombre de noix coco	3	**1**	7
Prix (en €)	4,80	**1,6**	11,2

: 3 ; × 7

7 noix de coco coûtent 11,20 €.

B. Résoudre des problèmes de proportionnalité

Ces méthodes de résolution peuvent être appliquées sans utiliser de tableau de proportionnalité.

B. Résoudre des problèmes de proportionnalité

22. Mouvement uniforme

DÉFINITIONS

Lorsque la distance **d** parcourue par un mobile est proportionnelle au temps **t** mis pour parcourir cette distance, on dit que le mobile a un mouvement uniforme.

Le coefficient de proportionnalité est la vitesse v de ce mobile ; c'est la distance parcourue par unité de temps.

$$d = v \times t$$

distance   vitesse   temps

On en déduit les relations suivantes : $\mathbf{v} = \dfrac{\mathbf{d}}{\mathbf{t}}$ et $\mathbf{t} = \dfrac{\mathbf{d}}{\mathbf{v}}$

Dans un mouvement uniforme, le déplacement se fait à vitesse constante.

Exemples :

1. Voici un tableau regroupant des temps et des distances parcourues par un train :

Temps (h)	Distance (km)
0	0
1,5	60
1	120
1,5	180
2	240

$\times$ **120**

La distance parcourue par le train et la durée du parcours du train sont proportionnelles. Le coefficient de proportionnalité est 120 km/h, la vitesse constante du train.

Le mouvement du train est uniforme.

2. Un train parcourt 330 km en 1 h 30. Quelle est sa vitesse ?

1 h 30 = 1,5 h

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{t}}$$

$$\mathbf{v} = \frac{330}{1{,}5}$$

$$\mathbf{v} = \underline{\mathbf{220\ km/h}}$$

23. Pourcentages

INTERPRÉTER UN POURCENTAGE

Lors d'une élection, un candidat a recueilli **65 %** des voix.

Cela signifie que : « sur **100** électeurs, **65** personnes ont voté pour lui »

JE COMPRENDS LA MÉTHODE

- Dans une classe de 4e de 30 élèves, 12 d'entre eux portent des lunettes.

Pour calculer le pourcentage d'élèves qui portent des lunettes, on cherche combien il y aurait d'élèves à lunettes si la classe comptait 100 élèves.

On établit pour cela un tableau de proportionnalité :

Nombre d'élèves portant des lunettes	12	$y = ?$
Nombre total d'élèves	30	100

$12 \times 100 = 30 \times y$ $\qquad y = \dfrac{12 \times 100}{30}$ $\qquad y = 40$

40 % des élèves de cette classe portent des lunettes

- 60 % des élèves de cette même classe sont des filles. Pour calculer leur nombre, on calcule

60 % de 30 élèves, soit $\dfrac{60}{100} \times \mathbf{30} = 0{,}6 \times 30 = 18$.

Cette classe compte 18 filles.

PROPRIÉTÉ

Prendre a % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\dfrac{a}{100}$.

C. Comprendre et utiliser la notion de fonction

JE COMPRENDS LA MÉTHODE

Augmenter ou diminuer un nombre de a %

Un article coûte 20 €. Son prix augmente de 3 %. Quel est son nouveau prix ?

Nouveau prix = 20 € + 3 % de 20 €

Nouveau prix = 20 € + $\frac{3}{100} \times$ 20 €

Nouveau prix = 20 € $\times \left(1+\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{100}}\right)$

Nouveau prix = $1{,}03 \times$ 20 € = 20,6 €

Après augmentation, l'article coûte 20,60 €.

Un article coûte 20 €. Son prix diminue de 5 %. Quel est son nouveau prix ?

Nouveau prix = 20 € – 5 % de 20 €

Nouveau prix = 20 € – $\frac{5}{100} \times$ 20 €

Nouveau prix = 20 € $\times \left(1-\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{100}}\right)$

Nouveau prix = $0{,}95 \times$ 20 € = 19 €

Après diminution, l'article coûte 19 €.

Augmenter un nombre de a % revient à le multiplier $1+\frac{a}{100}$.

Diminuer un nombre de a % revient à le multiplier de $1-\frac{a}{100}$.

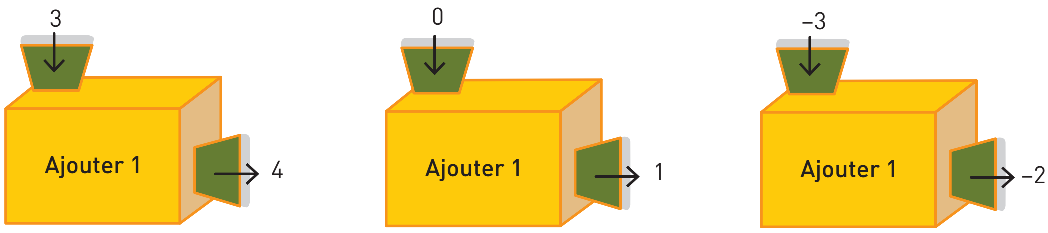
C. Comprendre et utiliser la notion de fonction

24. Qu'est-ce qu'une fonction ?

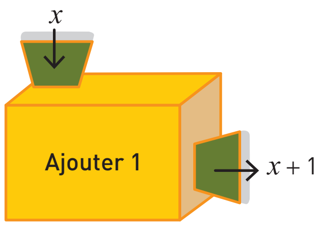
On peut se représenter une fonction comme une « machine » qui transforme par un procédé un nombre en un autre nombre.

Exemple :

On appelle f une fonction. On donne à cette « machine » f comme instruction d'ajouter 1 :



Plus généralement, si on fait tester cette « machine » f à un nombre x, on obtient :



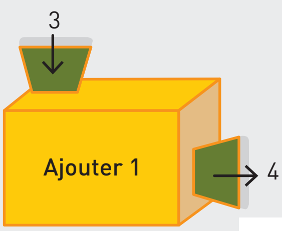
La fonction f fait correspondre à un nombre x, le nombre $x + 1$.

On la note $f : x \mapsto x + 1$

DÉFINITION

Quand une fonction est définie, permettant d'obtenir à partir d'un nombre un autre nombre, le premier a pour image le second et le second a pour antécédent le premier.

Exemple :



Par la fonction f, 3 a pour image 4

et 4 est l'antécédent de 3

L'image d'un nombre x par une fonction f se note $f(x)$.
(On lit « f de x »)

25. Fonctions linéaires

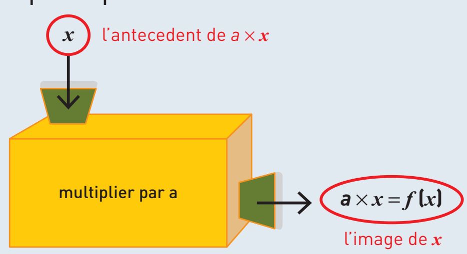
DÉFINITION

Soit **a** un nombre donné, la fonction linéaire de coefficient a est la fonction f qui, à un nombre x, fait correspondre le nombre $\times x$. On la note $f : x \mapsto a \times x$

Le nombre $a \times x$ est appelé l'image de x par la fonction f

et se note $f(x)$ (on lit « f de x »). $f(x) = a \times x$

On peut se représenter la fonction linéaire de coefficient a comme une « machine » numérique qui a comme instruction de multiplier par **a** :



Exemple :

$f : x \mapsto 2x$ est la fonction linéaire de coefficient 2.

(On lit « la fonction f qui à x associe $2x$ »).

C. Comprendre et utiliser la notion de fonction

JE COMPRENDS LA MÉTHODE

Calculs à l'aide de fonctions linéaires

Calculer l'image de 2 par la fonction linéaire $\boldsymbol{f : x \mapsto 6x}$	Calculer l'antécédent de 2 par la fonction linéaire $\boldsymbol{f : x \mapsto 6x}$	Déterminer la fonction linéaire f telle que $\boldsymbol{f(2) = 3}$.
$f(x) = 6x$ est l'image de x par la fonction f. On remplace alors x par 2 pour calculer l'image de 2 par la fonction f : $f(2) = 6 \times 2$ $f(2) = 12$ Conclusion : l'image de 2 par la fonction f est 12.	On cherche le nombre tel que $f(x) = 2$. $f(x) = 6x = 2$ $x = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Conclusion : $\frac{1}{3}$ est l'antécédent de 2 par f.	On sait que f est une fonction linéaire. Donc quel que soit le nombre x, l'image de x par f est de la forme $f(x) = a \times x$. Sachant que $f(2) = 3$, on obtient alors : $f(2) = a \times 2 = 3$ et $a = \frac{3}{2} = 1{,}5$ Conclusion : la fonction linéaire dont l'image de 2 est 3 est la fonction linéaire de coefficient 1,5 soit : $f : x \mapsto 1{,}5x$

26. Fonctions affines

DÉFINITION

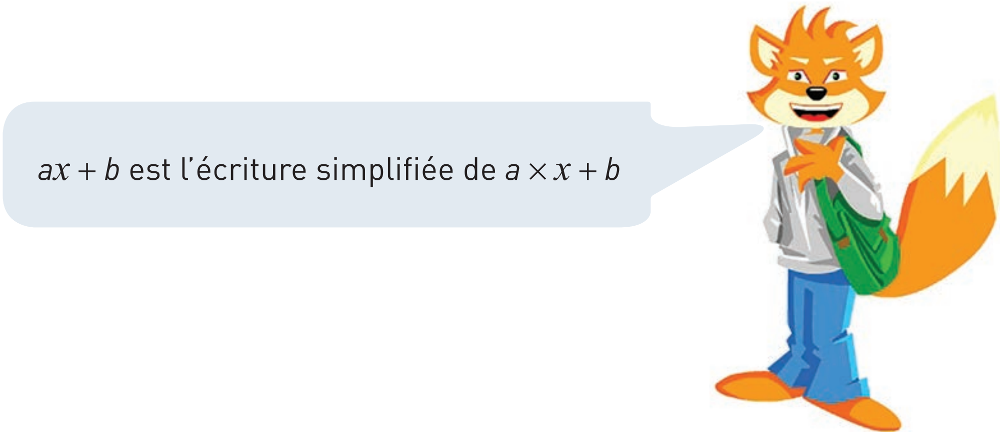
Soient a et b deux nombres donnés.

La fonction f qui, à un nombre x fait correspondre le nombre $ax+b$, est appelée fonction affine.

On la note $f : x \mapsto ax + b$

$ax + b$ est l'**image de x par la fonction f** et se note $f(x)$ *(on lit « f de x »)*.

$f(x) = ax + b$



Exemple :

La fonction $f : x \mapsto -3x + 4$ est une fonction affine avec a = –3 et b = 4.

(On lit « la fonction f qui, à x associe le nombre $-3x + 4$ »)

Cas particuliers :

- Lorsque b = 0, la fonction $x \mapsto ax + b$ devient $x \mapsto ax$; c'est la fonction linéaire de coefficient a.
- Lorsque a = 0, la fonction $x \mapsto ax + b$ devient $x \mapsto b$; c'est la **fonction constante** : tous les nombres x ont la même image.

Les fonctions linéaires et les fonctions constantes sont des fonctions affines particulières.

On dit que la fonction $x \mapsto ax$ est la fonction linéaire associée à la fonction affine $x \mapsto ax + b$.

C. Comprendre et utiliser la notion de fonction

JE COMPRENDS LA MÉTHODE

Calculs à l'aide de fonctions affines

Calculer l'image de 3 par la fonction affine f définie par $\boldsymbol{f(x) = -6x + 2}$.	Calculer l'antécédent de 2 par la fonction affine $\boldsymbol{f : x \mapsto 3x + 7}$.	Déterminer la fonction affine g telle que $\boldsymbol{g(1) = 3}$ et $\boldsymbol{g(3) = 7}$.
$f(x) = -6x + 2$ est l'image de x par la fonction f. On remplace alors x par 3 pour calculer l'image de 3 par la fonction f : $f(3) = -6 \times 3 + 2$ $f(3) = -18 + 2 = -16$ Conclusion : l'image de 3 par la fonction f est –16.	Chercher l'antécédent de 2 revient à chercher le nombre dont l'image est 2. On cherche le nombre x tel que $f(x) = 2$ $f(x) = 3x + 7 = 2$ $3x = 2 - 7 = -5$ $x = \frac{-5}{3}$ Conclusion : $\frac{5}{3}$ est l'unique antécédent de 2 par f.	On sait que g est une fonction affine. Donc quel que soit le nombre x, l'image de x est de la forme $g(x) = a \times x + b$. Sachant que $g(1) = 3$ et $g(3) = 7$, on obtient alors un système de deux équations à deux inconnues à résoudre : $\begin{cases} a+b=1 \\ 3a+b=7 \end{cases}$ On en déduit que $\begin{cases} b=1-a \\ b=7-3a \end{cases}$ La valeur de b étant la même dans les deux équations, on obtient : $1 - a = 7 - 3a$ $3a - a = 7 - 1$ $2a = 6$ $a = \frac{6}{2} = 3$ En reportant cette valeur dans l'une ou l'autre des expressions donnant b, on obtient : $b = 1 - 3 = -2$ Conclusion : La fonction affine g telle que $g(1) = 3$ et $g(3) = 7$ est la fonction $g : x \mapsto 3x - 2$

27. Représentation graphique

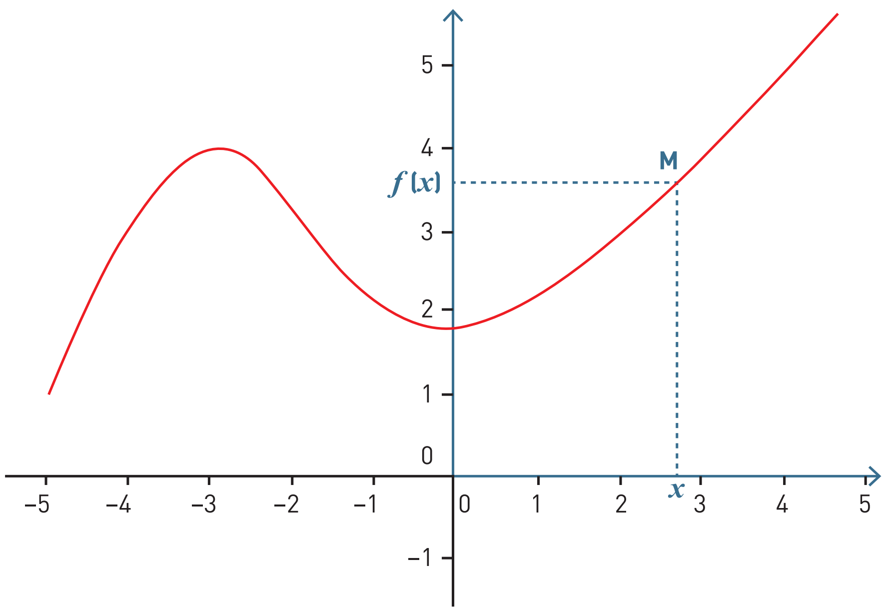
« Représenter graphiquement une fonction » consiste à visualiser les caractéristiques de la fonction dans un repère du plan.

DÉFINITION

Soit f une fonction et (O, I, J) un repère orthonormé.

La **représentation graphique** de la fonction f est l'ensemble des points M ayant pour abscisse x et pour ordonnée $f(x)$.

Si $M(x\ ;\ y)$ est un point de la représentation graphique de f, alors $y = f(x)$.



PROPRIÉTÉ

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ tels que $y = ax$.

C'est une droite qui passe par l'origine du repère.

On dit que cette droite a pour équation $y = ax$.

Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite.

C. Comprendre et utiliser la notion de fonction

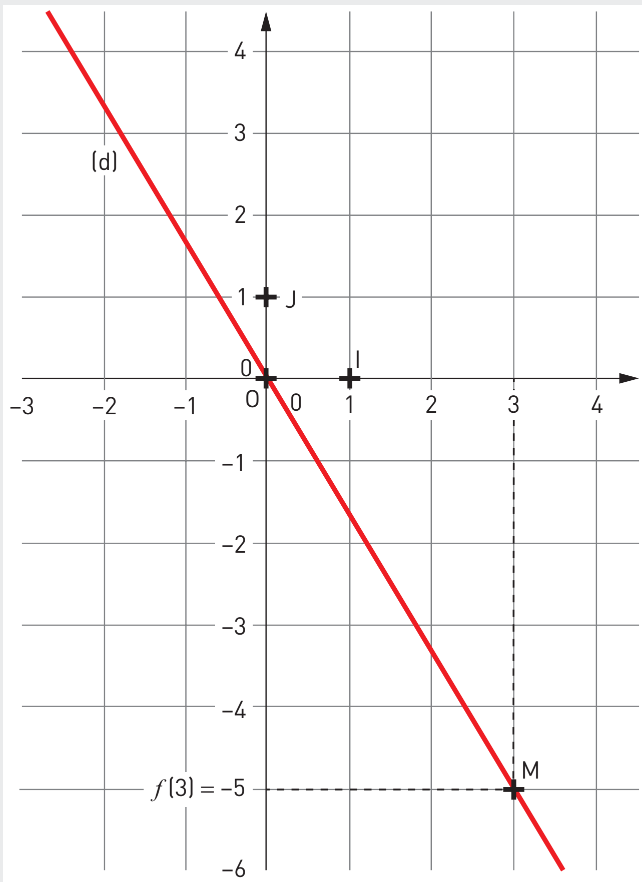
JE COMPRENDS LA MÉTHODE

Représenter graphiquement la fonction $f : x \mapsto -\frac{5}{3}x$ dans un repère (O, I, J) orthonormé.

On sait que la représentation graphique de f est une droite (d) qui passe par l'origine O du repère. Il suffit d'un autre point de la droite pour la tracer.

$f(3) = -\frac{5}{3} \times 3 = -5$

Le point M(3 ; –5) est un point de (d).
La représentation graphique de f est donc la droite (OM).



PROPRIÉTÉ

La représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ y)$ tels que $y = ax + b$
C'est une droite. On dit que cette droite a pour équation $y = ax + b$.
a s'appelle le **coefficient directeur de la droite**.
b s'appelle l'**ordonnée à l'origine**.

D. Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

PROPRIÉTÉ

Si M(x_M ; y_M) et N(x_N ; y_N) sont deux points de la droite représentant graphiquement une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$,
alors le coefficient directeur ***a*** de cette droite est égale à : $\dfrac{y_M - y_N}{x_M - x_N}$

$$a = \frac{f(x_M) - f(x_N)}{x_M - x_N}$$

JE COMPRENDS LA MÉTHODE

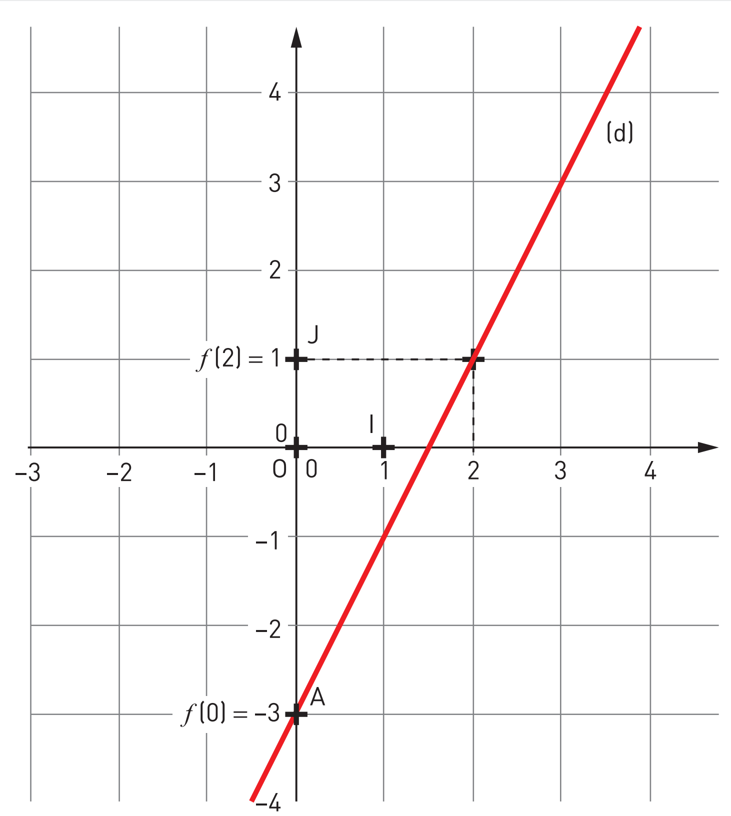
Fonctions affines et leurs représentations graphiques

1. Représenter graphiquement la fonction $f : x \mapsto 2x - 3$ dans un repère (O, I, J) orthonormé

On sait que la représentation graphique de f est une droite (d). Il faut déterminer deux points de la droite (d) pour la tracer.

$f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$ et $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 1$

Donc la droite (d) passe par les points A(0 ; –3) et B(2 ; 1)

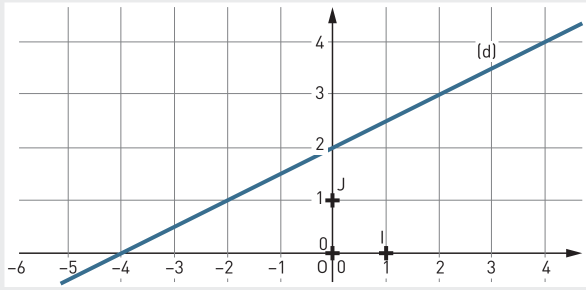


D. Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

2. La droite (d) ci-contre représente une fonction affine *f*.

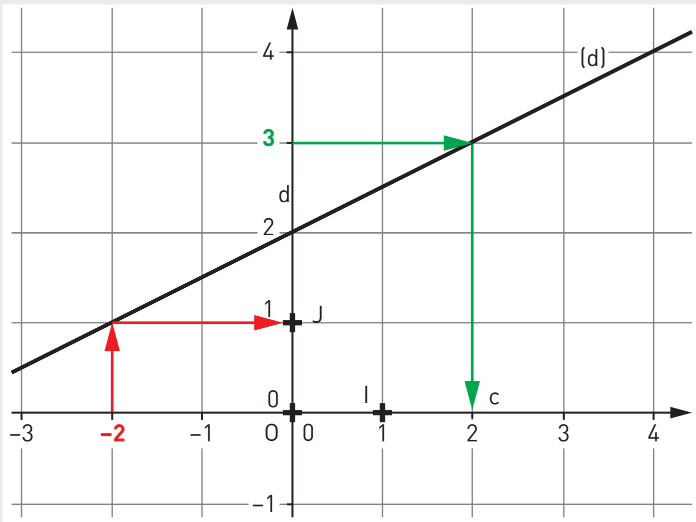
a. Lire l'image de –2 par *f*.

b. Lire l'antécédent de 3 par *f*.



Les valeurs de x se lisent sur l'axe des abscisses.

Les images de x par la fonction f, c'est-à-dire les valeurs de $f(x)$, se lisent sur l'axe des ordonnées.



a. (On suit le trajet rouge)

L'image de –2 est 1, c'est-à-dire : $f(-2) = 1$.

b. (On suit le trajet vert)

Chercher l'antécédent de 3 revient à chercher le nombre dont l'image est 3.

2 est le nombre qui a pour image 3, c'est-à-dire : $f(2) = 3$.

2 est l'antécédent de 3 par f.

28. La notion de probabilité

Si on lance une pièce de monnaie, on a une chance sur deux d'obtenir pile et une chance sur deux d'obtenir face.
On dit que : **la probabilité d'obtenir pile est $\frac{1}{2}$ et la probabilité d'obtenir face est $\frac{1}{2}$.**

LE LANGAGE DES PROBABILITÉS

- Une expérience est dite aléatoire lorsque l'on ne peut pas prévoir son résultat avant qu'elle ne se réalise.

Exemple : les jeux de hasard comme le lancer de dé, le tirage de cartes ou de numéro.

- Les résultats d'une expérience aléatoire sont appelés issues.

Exemple : On lance un dé cubique.

Les issues sont : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

- On appelle évènement la réalisation d'une ou plusieurs issues lors d'une expérience aléatoire.

Exemple : on lance un dé cubique

« Obtenir un nombre pair » est un évènement.

Les issues, qui réalisent cet évènement, sont : 2, 4 et 6.

- Un évènement certain est un évènement qui se réalise nécessairement.
- Un évènement impossible est un évènement qui ne peut pas se réaliser.

Exemple : on lance un dé cubique.

L'évènement « obtenir 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 » est un évènement certain.

L'évènement « obtenir 7 » est un évènement impossible.

- Deux évènements sont dits incompatibles lorsqu'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Exemple : on lance un dé cubique
Les évènements « obtenir un nombre pair » et « obtenir 3 » sont incompatibles.
Ce qui n'est pas le cas des évènements « obtenir un nombre pair » et « obtenir un nombre inférieur à 3 » réalisés simultanément par 2.

- L'évènement contraire d'un évènement A est l'évènement réalisé lorsque A ne l'est pas.

Exemple : l'évènement contraire de l'évènement « obtenir un nombre pair » est « obtenir un nombre impair ».

D. Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

29. Calcul d'une probabilité

PROPRIÉTÉ

Lorsque les issues d'une expérience aléatoire ont autant de chance de se réaliser, on calcule la probabilité d'un évènement en divisant le nombre d'issues correspondant à cet évènement par le nombre total d'issues.

$$\text{Probabilité d'un évènement} = \frac{\text{nombre d'issues correspondant à l'évènement}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemple : on lance un dé cubique.

Les issues, qui réalisent l'évènement « obtenir un nombre pair », sont : 2, 4 et 6. Il y a 3 chances sur 6 d'obtenir un nombre pair.

Probabilité de « obtenir un nombre pair » $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Attention !

Une probabilité est un nombre positif.

- Une probabilité est un nombre inférieur à 1 car le nombre d'issues favorables à un évènement est inférieur ou égal au nombre total d'issues.
- Une probabilité est donc un nombre compris entre 0 et 1.

PROPRIÉTÉS

La probabilité d'un évènement **impossible** est **0**.

La probabilité d'un évènement **certain** est **1**.

La **somme** des probabilités de deux évènements **contraires** est **égale à 1**.

D. Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

30. Expérience aléatoire à étapes successives

On peut visualiser toutes les issues d'une expérience aléatoire à plusieurs étapes à l'aide d'un arbre, appelé **arbre des possibles**.

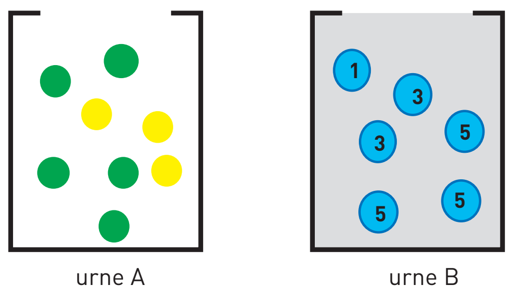
Exemple :

On considère deux urnes : une urne A et une urne B.

L'urne A contient des boules de couleur.

L'urne B contient des boules numérotées.

L'expérience consiste à piocher une boule au hasard dans l'urne A, puis dans l'urne B.



- **Étape 1 : on nomme les évènements**

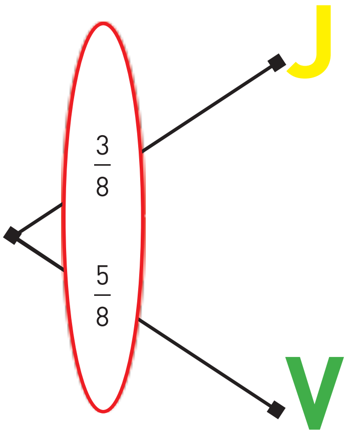
On appelle **J** : « piocher une boule jaune » ;
V : « piocher une boule verte ».

- **Étape 2 : pour construire un arbre des possibles, on respecte l'ordre des étapes données par l'énoncé. Le 1er embranchement représente l'action de piocher une boule dans l'urne A.**

Deux issues possibles : « piocher une boule jaune » ou « piocher une boule verte ». On dessine donc 2 branches.

Puis on ajoute la probabilité de l'évènement correspondant sur chacune des branches.

D. Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

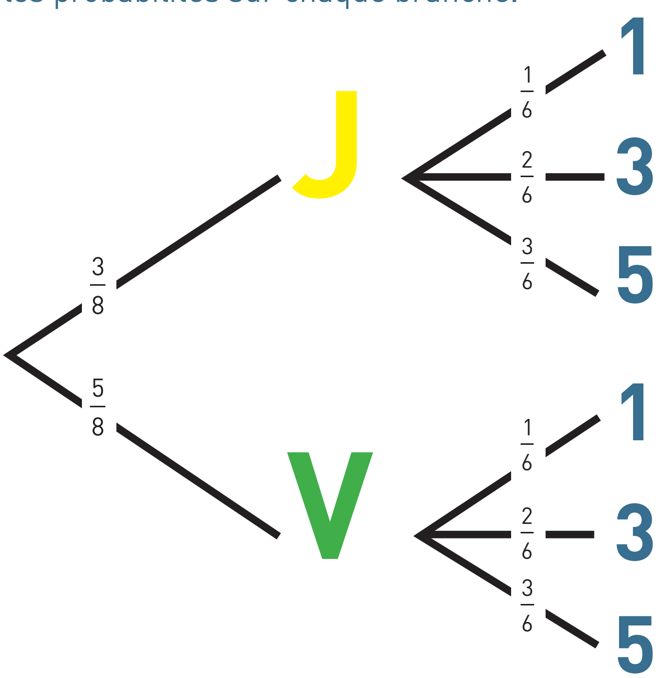


En inscrivant les probabilités correspondantes sur chaque branche des possibles, on obtient un arbre pondéré.

On remarque que la somme des probabilités (entourées en rouge) est égale à 1.

- **Étape 3 : On représente l'action de piocher une boule dans l'urne B.**

Trois issues possibles : « piocher le n° 1 », « piocher le n° 3 » ou « piocher le n° 5 ». Et on ajoute les probabilités sur chaque branche.



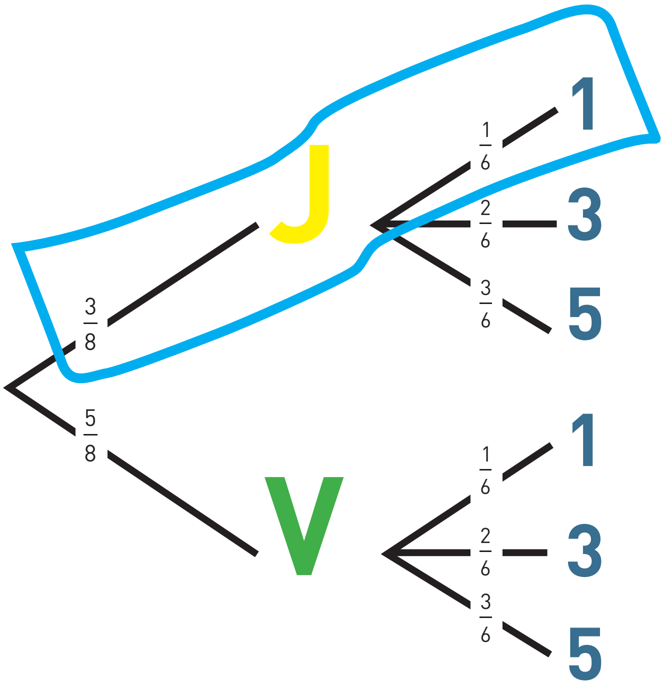
D. Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilité

PROPRIÉTÉ

Dans un arbre pondéré, la probabilité de l'issue à laquelle conduit un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple :

On cherche la probabilité d'obtenir une boule jaune, puis une boule n° 1, que l'on note p(J, 1).



$$p(J, 1) = \frac{3}{8} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{48}$$

La probabilité de tirer une boule jaune, puis une boule n° 1 est de $\frac{3}{48}$.